Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Hans Kleine Büning

08. Januar 2016

Modellierung – WS 2015/2016

Präsenzübung 10
11. - 15. Januar 2016
(Dieser Übungszettel enthält 6 Aufgaben)

Hinweis: In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung "Musterlösungen" zu verteilen.

Aufgabe 1 (Entscheidungsbaum)
Christian und Heike spielen folgendes Spiel. Heike wählt eine Zahl aus der Menge $\{1, 2\}$. Danach wählen Christian und Heike abwechselnd eine Zahl aus der Menge $\{1, 2, 3\}$ mit der Einschränkung, dass die vom Gegner zuvor gewählte Zahl nicht ausgewählt werden darf. Ein Spieler gewinnt, wenn durch seine Wahl die Summe aller bisher gewählten Zahlen genau den Wert 6 annimmt. Übersteigt die Summe 6, verliert der Spieler.

1. Beschreiben Sie das Spiel durch einen Entscheidungsbaum.
2. Wer gewinnt, wenn beide Spieler optimal spielen?

Aufgabe 2 (Verständnisfragen)
Es sei folgende kontextfreie Grammatik $G = (T, N, P, S)$ gegeben.

$$
\begin{array}{lcll}
S & = & \textit{Start} & \\
P & = & \{ & \textit{Start} ::= \textit{Tupel}, \\
 & & & \textit{Tupel} ::= \text{'('}\ \textit{Stelle}\ \text{','}\ \textit{Stelle}\ \text{')'}, \\
 & & & \textit{Stelle} ::= \textit{Tupel}, \\
 & & & \textit{Stelle} ::= \textit{Ziffer}, \\
 & & & \textit{Ziffer} ::= 0, \\
 & & & \textit{Ziffer} ::= 1 \qquad\qquad \}
\end{array}
$$

1. Geben Sie die Mengen der *Terminale* und *Nichtterminale* an.
2. Geben Sie drei Elemente w_1, w_2, w_3 aus $L(G)$ an, die alle unterschiedlich viele Ziffern enthalten, aber auch nicht mehr als vier.
3. Zeichnen Sie den Ableitungsbaum zu einem Wort mit mehr als zwei Ziffern aus Teil (b).

Aufgabe 3 (Grammatik)
Gegeben sei folgende Grammatik $G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D\}, P, S)$ mit den Produktionen:

$$
\begin{array}{rclrcll}
P & = & \{ & S & ::= & AB, & \\
 & & & A & ::= & a, & \\
 & & & A & ::= & CA, & \\
 & & & B & ::= & bbA, & \\
 & & & B & ::= & bbD, & \\
 & & & C & ::= & c, & \\
 & & & D & ::= & B & \}
\end{array}
$$

Zeigen oder widerlegen Sie, ob folgende Wörter Elemente von $L(G)$ sind. Geben Sie bei Wörtern, die in $L(G)$ enthalten sind, eine mögliche Ableitung an und zeichnen Sie den zugehörigen Ableitungsbaum

1. $bbca$
2. $abba$
3. $abbbbca$

Aufgabe 4 (Sprachen, Grammatiken)
Seien kontextfreie Grammatiken $G_i = (\{a, b, c\}, N_i, P_i, S)$ mit den unten angegebenen Produktionen P_i gegeben. Das Startsymbol ist folglich jeweils S und die Menge der Terminalsymbole jeweils $T = \{a, b, c\}$.
Geben Sie zu jeder Grammatik G_i die ableitbare Sprache $L(G_i)$ in Mengenschreibweise an. Geben Sie zusätzlich die Anzahl der Wörter und ein kürzestes Wort dieser Sprache explizit an und zeichnen Sie den zugehörigen Ableitungsbaum. Wenn sich diese nicht bestimmen lassen, begründen Sie, warum nicht.

1. G_1 mit $N_1 = \{S, A, B\}$ und

$$
\begin{array}{rclrcll}
P_1 & = & \{ & \mathrm{S} & ::= & \mathrm{aBa}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{Aa}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{B}, & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \mathrm{b} & \}
\end{array}
$$

2. G_3 mit $N_3 = \{S, A, B, C\}$ und

$$
\begin{array}{rclrcll}
P_3 & = & \{ & \mathrm{S} & ::= & \mathrm{A}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{aB}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{AC}, & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \mathrm{AbC}, & \\
 & & & \mathrm{C} & ::= & \epsilon & \}
\end{array}
$$

3. G_5 mit $N_5 = \{S, A, B, C, D\}$ und

$$
\begin{array}{rclrcll}
P_5 & = & \{ & \mathrm{S} & ::= & \mathrm{AB}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{a}, & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{CA}, & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \mathrm{bbA}, & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \mathrm{bbD}, & \\
 & & & \mathrm{C} & ::= & \mathrm{c}, & \\
 & & & \mathrm{D} & ::= & \mathrm{B} & \}
\end{array}
$$

Aufgabe 5 (Grammatik)
Finden Sie zu jeder der unten angegeben Sprachen eine kontextfreie Grammatik, die genau diese Sprache erzeugt. Geben Sie jeweils das komplette 4-Tupel der Grammatik an.

1. $L_1 = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
2. $L_2 = \{a^n ccb^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
3. $L_3 = \{a^n c^m ad^m b^n \mid n, m \in \mathbb{N}_0\}$

Aufgabe 6 (Mehrdeutigkeit)
Geben Sie für jede der unten angegebenen kontextfreien Grammatiken an, ob sie ein- oder mehrdeutig ist. Wenn sie mehrdeutig ist, geben Sie jeweils ein mehrdeutiges Wort mit zwei Ableitungsbäumen an.

1. $G_1 = (\{a\}, \{S, A, B\}, P_1, S)$ mit

$$P_1 = \{ \begin{array}{lll} \mathrm{S} & ::= & \mathrm{A}\ , \\ \mathrm{S} & ::= & \mathrm{B}\ , \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{aaA}\ , \\ \mathrm{A} & ::= & \epsilon\ , \\ \mathrm{B} & ::= & \mathrm{aaaa} \end{array} \}$$

2. $G_2 = (\{a\}, \{S, A\}, P_2, S)$ mit

$$P_2 = \{ \begin{array}{lll} \mathrm{S} & ::= & \mathrm{A}\ , \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{S}\ , \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{a} \end{array} \}$$

3. $G_3 = (\{a\}, \{S, A, B\}, P_3, S)$ mit

$$P_3 = \{ \begin{array}{lll} \mathrm{S} & ::= & \mathrm{A}\ , \\ \mathrm{S} & ::= & \mathrm{B}\ , \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{Aaa}, \\ \mathrm{A} & ::= & \epsilon\ , \\ \mathrm{B} & ::= & \mathrm{Baa}\ , \\ \mathrm{B} & ::= & \mathrm{a} \end{array} \}$$