

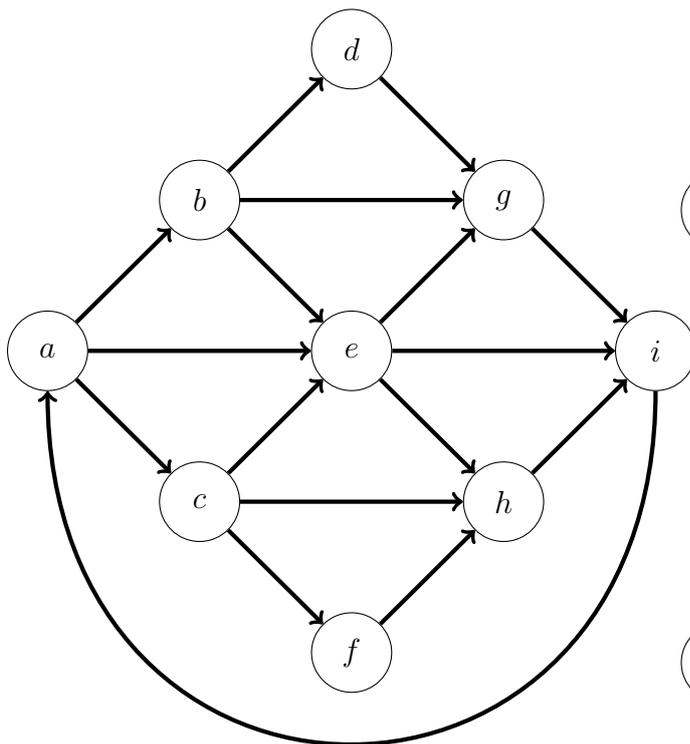
Modellierung – WS 2015/2016

Präsenzübung 9 04. - 08. Januar 2016 (Dieser Übungszettel enthält 5 Aufgaben)

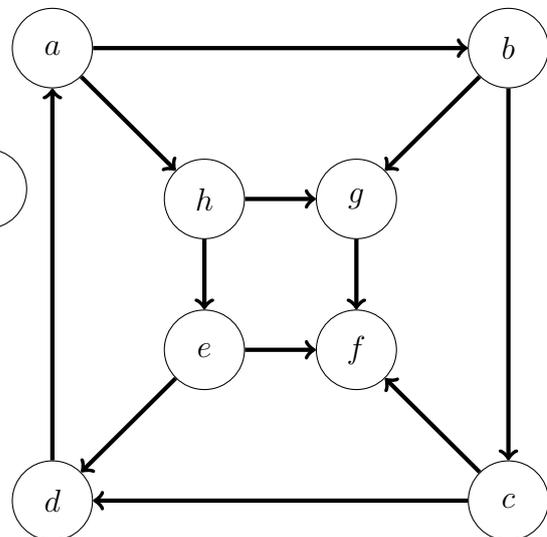
Hinweis: In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung "Musterlösungen" zu verteilen.

Aufgabe 1 (Kurze Wiederholung: Begriffe)
Gegeben seien die folgenden Graphen G_1 und G_2 .

Graph G_1 :



Graph G_2 :



1. Geben Sie den Eingangsgrad und den Ausgangsgrad jeweils für die Knoten a , b und d an.
2. Geben Sie in den Graphen einen Pfad der Länge 6 an.
3. Finden Sie in den Graphen einen Kreis der Länge 4 (falls vorhanden).

4. Finden Sie in den Graphen einen Kreis der Länge 9 (falls vorhanden).
5. Betrachten Sie den für den Graphen G_1 zugrunde liegenden ungerichteten Graphen und finden Sie einen Spannbaum für diesen Graphen, der sechs Blätter hat.
6. Sind die den Graphen G_1 und G_2 zugrunde liegenden ungerichteten Graphen bipartit?
7. Sind G_1 und G_2 stark zusammenhängend?

Aufgabe 2 (Starke Zusammenhangskomponenten)

1. Entscheiden Sie für die folgenden Graphen, ob sie stark zusammenhängend sind.
 - a) $G_1 = (V_1, A_1)$ mit $V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$ und $A_1 = \{(b, a), (b, e), (a, d), (d, a), (a, e), (a, c), (e, c), (c, f), (f, e)\}$.
 - b) $G_2 = (V_2, A_2)$ mit $V_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$ und $A_2 = \{(a, c), (a, e), (b, c), (b, e), (c, d), (d, a), (e, f), (f, b)\}$.
2. Wie würden Sie den Begriff *starke Zusammenhangskomponente* eines Graphen definieren? Orientieren Sie sich dabei an den Begriffen *Zusammenhangskomponente* für ungerichtete Graphen und *stark zusammenhängend* für gerichtete Graphen.
3. Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten der obigen Graphen an.

Aufgabe 3 (Beweis)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden drei Aussagen:

- a) G ist ein Baum.
- b) G ist zusammenhängend und für alle $e \in E$ ist $G' = (V, E \setminus \{e\})$ nicht zusammenhängend.
- c) G ist kreisfrei und für alle $\{u, v\} \in \binom{V}{2}$ mit $\{u, v\} \notin E$ enthält $G'' = (V, E \cup \{\{u, v\}\})$ einen Kreis.

Aufgabe 4 (Abhängigkeitsgraph)

Von einem Knopfdruck zur Bestellung bis zur Ausgabe von Kaffee in einen Becher geschieht einiges innerhalb einer Kaffeemaschine. Für diesen Vorgang werden einige Aktionen in der Kaffeemaschine vordefiniert. Die Aktionen werden in einer bestimmten Reihenfolge ausgeführt, bis der Vorgang abgeschlossen ist. Die für eine Luxus-Kaffeemaschine benötigten Aktionen seien wie folgt definiert:

A_1 Kaffeebohnen mahlen, Dauer: 20 Sekunden

A_2 Wasser kochen, Dauer: 30 Sekunden

A_3 Kaffeepulver in Filterfach füllen, Dauer: 2 Sekunden

A_4 Kochwasser eintropfen, Dauer: 60 Sekunden

A_5 Becher aufstellen, Dauer: 2 Sekunden

A_6 Kaffee ausgeben, Dauer: 2 Sekunden

A_7 gebrauchtes Pulver wegwerfen, Dauer: 1 Sekunde.

1. Modellieren Sie die Abhängigkeiten zwischen den Aktionen und ihre Ausführungsreihenfolgen durch einen gerichteten Graphen. Geben Sie eine Knotenmarkierung an, die für jeden Knoten die Dauer der jeweiligen Aktion beschreibt.
2. Geben Sie eine topologische Sortierung des Graphen an.
3. Überlegen Sie sich, wie Sie die Definition eines kritischen Pfades ändern müssen, so dass die Knotenmarkierung berücksichtigt wird.
4. Geben Sie nach der erweiterten Definition aus (c) zu dem Graphen aus Teil (a) einen kritischen Pfad als Folge von Knoten an.

Aufgabe 5 (Graphen, Modellierung)

Gegeben sei folgendes Programm zur Exponentiation. Modellieren Sie den Programmablaufplan wie in der Vorlesung durch einen Graphen. Sie können dazu die Zeilennummern für die Benennung der Knoten verwenden.

Input: $x, n \in \mathbb{N}$

Output: $y = x^n$

```
1  $y \leftarrow 1$ 
2 while  $n \neq 0$  do
3    $y \leftarrow y^2$ 
4   if  $n \equiv 0 \pmod{2}$  then
5      $n \leftarrow \frac{n}{2}$ 
6   else
7      $y \leftarrow y \cdot x$ 
8      $x \leftarrow \frac{n-1}{2}$ 
9   end
10 end
```