Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Beispiellösung für die Präsenzübung Nr. 3

Lösung zu Aufgabe 1 (RAP-Algorithmus):

a) K ist Schlüssel, wenn gilt: K → R und K ist minimal?

1) K → R gilt, wenn: $F \vDash K \to R \Leftrightarrow (K \to R) \in F^+ \Leftrightarrow R \subseteq K_F^*$
2) „K ist minimal" gilt, wenn kein $K_0 \subset K$ mit $K_0 \to R$ existiert

Ansatz:
Mit minimalen Kandidaten für K starten und prüfen, ob K → R gilt. Da C und E nicht funktional bestimmt werden, müssen sie Teil des Schlüssels werden. Somit ist der erste minimale Kandidat für K = {C, E}. Zur Lösung der Aufgabe ist es ausreichend einen Schlüssel zu bestimmen.

<u>1. Minimaler Kandidat: CE</u>

Gilt: $R \subseteq \{C,E\}_F^*$?

$\{C,E\}_F^* = \{C,E\}$

Also gilt: $R \not\subseteq \{C,E\}_F^*$ und {C,E} ist somit kein Schlüssel von R.

<u>2. Minimaler Kandidat: ACE</u>

Gilt: $R \subseteq \{A,C,E\}_F^*$?

$\{A,C,E\}_F^* = \{A,C,E\}$

Also gilt: $R \not\subseteq \{A,C,E\}_F^*$ und {A,C,E} ist somit kein Schlüssel von R.

<u>3. Minimaler Kandidat: BCE</u>

Gilt: $R \subseteq \{B,C,E\}_F^*$?

$\{B,C,E\}_F^* = (BCE \xrightarrow{(BE \to A)} ABCE \xrightarrow{(AB \to D)} ABCDE) = \{A,B,C,D,E\}$

Also gilt: $R \subseteq \{B,C,E\}_F^*$ und {B,C,E} ist somit ein Schlüssel von R.

Anmerkung: CDE ist auch ein Schlüssel von R.

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

b) Idee: Nacheinander alle redundanten funktionalen Abhängigkeiten aus F entfernen.
- $(X \to Y)$ ist redundant in F, wenn gilt:
- $F \setminus \{(X \to Y)\} \models (X \to Y) \iff (X \to Y) \in (F \setminus \{(X \to Y)\})^+ \iff Y \subseteq X_{F \setminus \{X \to Y\}}^*$

1. $A \to C$ redundant in F?

Gilt: $C \subseteq A_{F \setminus \{A \to C\}}^*$?

$A_{F \setminus \{A \to C\}}^* = (A \xrightarrow{(A \to D)} AD) = \{A,D\}$

Also gilt: $\{C\} \nsubseteq A_{F \setminus \{A \to C\}}^*$ und $A \to C$ ist somit nicht redundant in F.

2. $A \to D$ redundant in F?

Gilt: $D \subseteq A_{F \setminus \{A \to D\}}^*$?

$A_{F \setminus \{A \to D\}}^* = (A \xrightarrow{(A \to C)} AC \xrightarrow{(AC \to D)} ACD) = \{A,C,D\}$

Also gilt: $\{D\} \subseteq A_{F \setminus \{A \to D\}}^*$ und $A \to D$ ist somit redundant in F.

3. $AC \to D$ redundant in $F \setminus \{A \to D\}$?

Gilt: $D \subseteq A_{F \setminus \{A \to D,\ AC \to D\}}^*$?

$A_{F \setminus \{A \to D,\ AC \to D\}}^* = \{A,C\}$

Also gilt:

$\{D\} \nsubseteq A_{F \setminus \{A \to D,\ AC \to D\}}^*$ und $AC \to D$ ist somit nicht redundant in $F \setminus \{A \to D\}$.

4. $B \to A$ redundant in $F \setminus \{A \to D\}$?

Gilt: $A \subseteq B_{F \setminus \{A \to D,\ B \to A\}}^*$?

$B_{F \setminus \{A \to D,\ B \to A\}}^* = (B \xrightarrow{(B \to D)} BD) = \{B,D\}$

Also gilt:

$\{A\} \nsubseteq A_{F \setminus \{A \to D,\ B \to A\}}^*$ und $B \to A$ ist somit nicht redundant in $F \setminus \{A \to D\}$.

5. B → D redundant F\{A→D}?

Gilt: $\{D\} \subseteq B_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D\}}^{*}$?

$B_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D\}}^{*} \supseteq (B \xrightarrow{(B\to A)} AB \xrightarrow{(A\to C)} ABC \xrightarrow{(AC\to D)} ABCD) \supseteq \{A,B,C,D\}$

Also gilt:

$\{D\} \subseteq B_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D\}}^{*}$ und B → D ist somit redundant in F\{A→D}.

6. CD → B redundant F\{A→D, B→D}?

Gilt: $\{B\} \subseteq \{C,D\}_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D,\ CD\to B\}}^{*}$?

$\{C,D\}_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D,\ CD\to B\}}^{*} = \{C,D\}$

Also gilt:

$\{B\} \not\subseteq \{C,D\}_{F\setminus\{A\to D,\ B\to D,\ CD\to B\}}^{*}$ und CD→B ist somit nicht redundant in F\{A→D, B→D}.

$F_1 = \{A \to C,\ AC \to D,\ B \to A,\ CD \to B\}$ besitzt keine redundanten funktionalen Abhängigkeiten.

$F_2 = \{A \to C,\ A \to D,\ B \to A,\ CD \to B\}$ ist ebenfalls eine Lösung, wenn $AC \to D$ zuerst aus F entfernt wird.

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Lösung zu Aufgabe 2 (Dekompositionsverfahren):

R = {A, B, C, D, E}

F = {AB → D; B → D; D → CE; B → C; B → E; AB → AB }

$\underline{K}$ = {{A,B}}

a)

Lösung 1:

Schritt 1: normalize(R,F):

K := {A,B} und D → C $\in F^+$, D $\nrightarrow$ AB und C $\notin$ {A,B, D}

R_1 = {A,B,D,E} F_1={AB→D, B→D, D→E, B→E, AB→AB } $\underline{K}_1$={{A,B}}

R_2 = {C,D} F_2={ D → C} $\underline{K}_2$={{D}}

Schritt 2: normalize(R_2,F_2): **output (R_2, $\underline{K}_2$(F_2)), da R_2 in 3NF**

Schritt 3: normalize(R_1,F_1):

K := {A,B} und D → E $\in F_1^+$, D $\nrightarrow$ AB und E $\notin$ {A,B,D}

R_{11} = {A,B,D} F_{11}={AB→D, B→D, AB→AB } $\underline{K}_{11}$={{A,B}}

R_{12} = {D,E } F_{12}={D→E } $\underline{K}_{12}$={{D }}

Schritt 4: normalize(R_{12},F_{12}): **output (R_{12}, $\underline{K}_{12}$(F_{12})), da R_{12} in 3NF**

Schritt 5: normalize(R_{11},F_{11}):

K := {A,B} und B → D $\in F_{11}^+$, B $\nrightarrow$ AB und D $\notin$ {A,B}

R_{111} = {A,B} F_{111} = {AB → AB} $\underline{K}_{111}$ = {{A,B}}

R_{112} = {B,D} F_{112} = {B → D} $\underline{K}_{112}$ = {{B}}

Schritt 6: normalize(R_{111},F_{111}): **output (R_{111}, $\underline{K}_{111}$(F_{111})), da R_{111} in 3NF**

Schritt 7: normalize(R_{112},F_{112}): **output (R_{112}, $\underline{K}_{112}$(F_{112})), da R_{112} in 3NF**

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Ergebnis:

$R_2 = \{C,D\}$	$F_2=\{D \rightarrow C\}$	$\underline{K}_2=\{\{D\}\}$
$R_{12} = \{D,E\}$	$F_{12}=\{D \rightarrow E\}$	$\underline{K}_{12}=\{\{D\}\}$
$R_{111} = \{A,B\}$	$F_{111} = \{AB \rightarrow AB\}$	$\underline{K}_{111} = \{\{A,B\}\}$
$R_{112} = \{B,D\}$	$F_{112} = \{B \rightarrow D\}$	$\underline{K}_{112} = \{\{B\}\}$

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Lösung 2:

Schritt 1: normalize(R,F):

$K := \{A,B\}$ und $B \rightarrow D \in F^+$, $B \nrightarrow AB$ und $D \notin \{A,B\}$

$R_1 = \{A,B,C,E\}$	$F_1=\{ B\rightarrow C, B\rightarrow E, AB\rightarrow AB \}$	$\underline{K}_1=\{\{A,B\}\}$
$R_2 = \{B,D\}$	$F_2=\{ B \rightarrow D\}$	$\underline{K}_2=\{\{B\}\}$

Schritt 2: normalize(R_2,F_2): **output (R_2, $\underline{K}_2(F_2)$), da R_2 in 3NF**

Schritt 3: normalize(R_1,F_1):

$K := \{A,B\}$ und $B \rightarrow C \in F_1^+$, $B \nrightarrow AB$ und $C \notin \{A,B\}$

$R_{11} = \{A,B,E\}$	$F_{11}=\{B\rightarrow E, AB\rightarrow AB \}$	$K_{11}=\{\{A,B\}\}$
$R_{12} = \{B,C \}$	$F_{12}=\{B\rightarrow C \}$	$\underline{K}_{12}=\{\{B\}\}$

Schritt 4: normalize(R_{12},F_{12}): **output (R_{12}, $\underline{K}_{12}(F_{12})$), da R_{12} in 3NF**

Schritt 5: normalize(R_{11},F_{11}):

$K := \{A,B\}$ und $B \rightarrow E \in F_{11}^+$, $B \nrightarrow AB$ und $E \notin \{A,B\}$

$R_{111} = \{A,B,\}$	$F_{111} = \{AB \rightarrow AB\}$	$\underline{K}_{111} = \{\{A,B\}\}$
$R_{112} = \{B,E\}$	$F_{112} = \{B \rightarrow E\}$	$\underline{K}_{112} = \{\{B\}\}$

Schritt 6: normalize(R_{111},F_{111}): **output (R_{111}, $\underline{K}_{111}(F_{111})$), da R_{111} in 3NF**

Schritt 7: normalize(R_{112},F_{112}): **output (R_{112}, $\underline{K}_{112}(F_{112})$), da R_{112} in 3NF**

Ergebnis:

$R_2 = \{B,D\}$	$F_2=\{ B \rightarrow D\}$	$\underline{K}_2=\{\{B\}\}$
$R_{12} = \{B,C \}$	$F_{12}=\{B\rightarrow C \}$	$\underline{K}_{12}=\{\{B\}\}$
$R_{111} = \{A,B\}$	$F_{111} = \{AB \rightarrow AB\}$	$\underline{K}_{111} = \{\{A,B\}\}$
$R_{112} = \{B,E\}$	$F_{112} = \{B \rightarrow E\}$	$\underline{K}_{112} = \{\{B\}\}$

Dies sind 2 Beispiellösungen. Je nach Wahl der transitiven bzw. partiellen Abhängigkeiten aus F^+ können noch weitere Lösungen entstehen.

Lösung zu Teil b)

Abhängigkeitstreue:

Abhängigkeitstreue formal:

Sei $S = \{(R_1, K_1), \ldots, (R_p, K_p)\}$ lokal erweitertes Datenbankschema und
F Menge lokaler funktionaler Abhängigkeiten.

S ist abhängigkeitstreu bezüglich F genau dann, wenn

$F \equiv M_K$ (Menge der Schlüsselabhängigkeiten)
$M_K = \{K \rightarrow R_i \mid (R_i, K_i) \in S, K \in K_i\}$

Das heißt: F wird durch die Schlüsselabhängigkeiten M_K äquivalent dargestellt.

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Vorüberlegung für ein Beweisverfahren:

$F \equiv M_K$? $\Leftrightarrow F^+ = M_K^+ \Leftrightarrow (F^+ \subseteq M_K^+ \wedge M_K^+ \subseteq F^+) \Leftrightarrow (F \subseteq M_K^+ \wedge M_K \subseteq F^+)$

Die letzten Aussagen ($F \subseteq M_K^+ \wedge M_K \subseteq F^+$) können mit Hilfe des RAP-Algorithmus überprüft werden.

Prüfe für alle f (= $X \rightarrow Y$) aus M_k, ob $f \in F^+ \Leftrightarrow Y \subseteq X_F^*$,
und prüfe für alle f (= $X \rightarrow Y$) aus F, ob $f \in M_k^+ \Leftrightarrow Y \subseteq X_{Mk}^*$

Lösung 1 aus a)

M_K = { B → BD ,D → CD, D→DE, AB → AB}
F = {AB → D; B → D; D → CE; B → C; B → E; AB → AB}

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

1. Teilfrage: $F \subseteq M_K^+$?

$AB \rightarrow D \in M_K^+$?

Gilt: $\{D\} \subseteq \{A,B\}_{Mk}^*$?

$\{A,B\}_{Mk}^* \supseteq (AB \xrightarrow{(B \rightarrow BD)} ABD) \supseteq \{A,B,D\}$

Also gilt: $\{D\} \subseteq \{A,B\}_{Mk}^*$ und $AB \rightarrow D \in M_K^+$.

$B \rightarrow D \in M_K^+$?

Gilt: $\{D\} \subseteq B_{Mk}^*$?

$B_{Mk}^* \supseteq (B \xrightarrow{(B \rightarrow BD)} BD) \supseteq \{B,D\}$

Also gilt: $\{D\} \subseteq B_{Mk}^*$ und $B \rightarrow D \in M_K^+$.

$D \rightarrow CE \in M_K^+$?

Gilt: $\{C,E\} \subseteq D_{Mk}^*$?

$D_{Mk}^* \supseteq (D \xrightarrow{(D \rightarrow CD)} CD \xrightarrow{(D \rightarrow DE)} CD) \supseteq \{C,D,E\}$

Also gilt: $\{C,E\} \subseteq D_{Mk}^*$ und $D \rightarrow CE \in M_K^+$.

$B \rightarrow C \in M_K^+$?

Gilt: $\{C\} \subseteq B_{Mk}^*$?

$B_{Mk}^* \supseteq (B \xrightarrow{(B \rightarrow BD)} BD \xrightarrow{(D \rightarrow CD)} BCD) \supseteq \{B,C,D\}$

Also gilt: $\{C\} \subseteq B_{Mk}^*$ und $B \rightarrow C \in M_K^+$.

$B \rightarrow E \in M_K^+$?

Gilt: $\{E\} \subseteq B_{Mk}^*$?

$B_{Mk}^* \supseteq (B \xrightarrow{(B \rightarrow BD)} BD \xrightarrow{(D \rightarrow DE)} BDE) \supseteq \{B,D,E\}$

Also gilt: $\{E\} \subseteq B_{Mk}^*$ und $B \rightarrow E \in M_K^+$.

$AB \rightarrow AB \in M_K^+$?

Gilt: $\{AB\} \subseteq \{A,B\}_{Mk}^*$?

$\{A,B\}_{Mk}^* \supseteq \{A,B\}$

Also gilt: $\{A,B\} \subseteq \{A,B\}_{Mk}^*$ und $AB \rightarrow AB \in M_K^+$.

1. Teilantwort: $F \subseteq M_K^+$

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

2. Teilfrage: $M_K \subseteq F^+$

$B \rightarrow BD \in F^+$?

Gilt: $\{B,D\} \subseteq B_F^*$?

$B_F^* \supseteq (B \xrightarrow{(B \rightarrow D)} BD) \supseteq \{B,D\}$

Also gilt: $\{B,D\} \subseteq B_F^*$ und $B \rightarrow BD \in F^+$.

$D \rightarrow CD \in F^+$?

Gilt: $\{C,D\} \subseteq D_F^*$?

$D_F^* \supseteq (D \xrightarrow{(D \rightarrow CE)} CDE) \supseteq \{C,D,E\}$

Also gilt: $\{C,D\} \subseteq D_F^*$ und $D \rightarrow CD \in F^+$.

$D \rightarrow DE \in F^+$?

Gilt: $\{D,E\} \subseteq D_F^*$?

$D_F^* \supseteq (D \xrightarrow{(D \rightarrow CE)} CDE) \supseteq \{C,D,E\}$

Also gilt: $\{D,E\} \subseteq D_F^*$ und $D \rightarrow DE \in F^+$.

$AB \rightarrow AB \in F^+$?

Gilt: $\{A,B\} \subseteq \{A,B\}_F^*$?

$\{A,B\}_F^* \supseteq \{A,B\}$

Also gilt: $\{A,B\} \subseteq \{A,B\}_F^*$ und $AB \rightarrow AB \in F^+$.

2. Teilantwort: $M_K \subseteq F^+$

Es gilt also:

$(F \subseteq M_K^+ \wedge M_K \subseteq F^+) \Leftrightarrow (F^+ \subseteq M_K^+ \wedge M_K^+ \subseteq F^+)\ F^+ = M_K^+ \Leftrightarrow F \equiv M_K$

Die Zerlegung von R nach Lösung 1 aus a) ist also abhängigkeitstreu.

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Lösung 2

Menge der Schlüsselabhängigkeiten M_K = { B → BD ,B → BC, B→BE, AB → AB}
F = {AB → D; B → D; D → CE; B → C; B → E; AB → AB}

1. Teilfrage: F $\subseteq$ M_K^+ ?

Die Frage kann mit Hilfe des RAP Algorithmus überprüft werden, indem für jede funktionale Abhängigkeit f aus F geprüft wird, ob diese in M_K^+ enthalten ist.

D → CE ϵ M_k^+?
Gilt: {C,E} $\subseteq$ D_{Mk}^*?
D_{Mk}^* = {D}
Also gilt: {C,E} $\nsubseteq$ D_{Mk}^* und D→CE $\notin$ M_k^+.

1. Teilantwort: F $\nsubseteq$ M_K^+

Somit gilt F$\equiv$ M_K nicht!

Die Zerlegung von R nach Lösung 2 ist also nicht abhängigkeitstreu!

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Verbundtreue:

Verbundtreue formal:

Sei R_1, R_2 eine Zerlegung von R

R_1, R_2 ist eine verbundtreue Zerlegung von R bzgl. F, wenn gilt:

$R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \in F^+$ oder $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \in F^+$

Verbundtreue formal (allgemeineres Kriterium):

Sei F eine Menge funktionaler Abhängigkeiten über R und
$R_1, ..., R_p$ eine ***abhängigkeitstreue*** Zerlegung von R bzgl. F.

$R_1, ..., R_p$ ist eine verbundtreue Zerlegung von R bzgl. F, wenn gilt:

$\exists R_i \in \{ R_1, ..., R_p\} : R_i \rightarrow R \in F^+$

Das heißt: R_i enthält den Universalschlüssel von R.

Die erste Definition der Verbundtreue kann somit nur für Beweise verwendet werden, wenn eine Zerlegung in genau 2 Relationenschemata vorliegt. Das allgemeinere Kriterium der Verbundtreue kann hingegen bei Zerlegungen in beliebig viele Relationenschemata angewendet werden. Es setzt jedoch voraus, dass die Zerlegung von R abhängigkeitstreu bzgl. F ist.

Lösung 1

Da die Lösung 1 abhängigkeitstreu ist, kann hier das allgemeine Kriterium zur Überprüfung der Verbundtreue angewendet werden.

$R_2 = \{C,D\}$, $R_{12} = \{D,E\}$, $R_{111} = \{A,B\}$ und $R_{112} = \{B,D\}$
bilden die abhängigkeitstreue Zerlegung von
R bzgl. $F = \{AB \rightarrow D; B \rightarrow D; D \rightarrow CE; B \rightarrow C; B \rightarrow E; AB \rightarrow AB\}$

Beweis für Verbundtreue: $R_{111} = \{A,B\} \in \{ R_2, R_{12}, R_{111}, R_{112}\} : R_{111} \rightarrow R \in F^+$

$R_{111} \rightarrow R \in F^+ \Leftrightarrow AB \rightarrow ABCDE \in F^+$?

R: $X^* := AB$
A: $X^* := ABD$ ($AB \rightarrow D$)
A: $X^* := ABCDE$ ($D \rightarrow CE$)
P: JA, da $ABCDE \subseteq X^* \Rightarrow AB \rightarrow ABCDE \in F^+$

Lösung 1 ist somit verbundtreu.

Grundlagen von Datenbanken

Sommersemester 2012

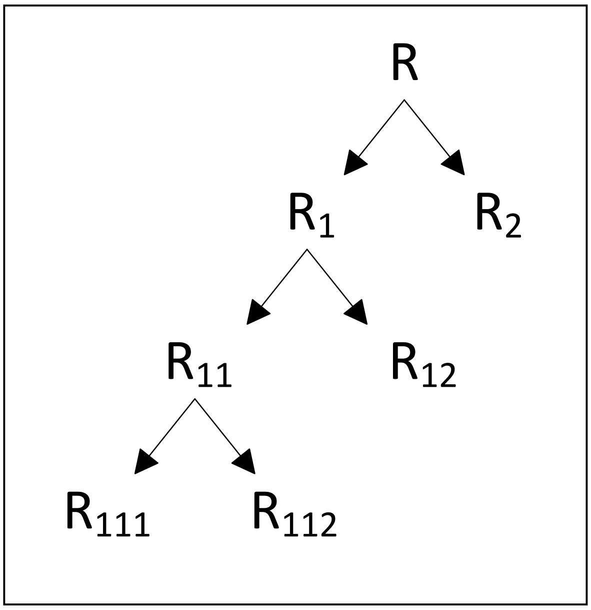
Prof. Dr. Gregor Engels

Jan Bals, Markus Luckey, Maria Gerges, Robert Mittendorf, Thomas Sommer

Präsenzblatt Nr. 3	Kalenderwoche 21 und 22

Lösung 2

Da die Zerlegung nach Lösung 2 nicht abhängigkeitstreu ist, kann das allgemeinere Kriterium zum Beweis der Verbundtreue nicht angewendet werden. Somit muss also geprüft werden, ob die Zerlegungen, die während des Dekompositionsalgorithmus entstanden sind, jeweils verbundtreu waren, um festzustellen, ob die entstandene Zerlegung verbundtreu ist.



Beweisidee:

Die Zerlegung von R in R_{111}, R_{112} , R_{12} und R_2 ist verbundtreu, wenn

1. Die Zerlegung von R in R_1 und R_2 verbundtreu ist und
2. die Zerlegung von R_1 in R_{11} und R_{12} verbundtreu ist und
3. die Zerlegung von R_{11} in R_{111} und R_{112} verbundtreu ist.

Beweis:

R_1 = {A,B,C,E}, R_2 = {B,D}, R_{11} = {A,B,E}, R_{12} = {B,C }, R_{111} = {A,B}, R_{112} = {B,E}

1. $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2 \in F^+$?
   $B \rightarrow BD \in F^+$?
   R: $X^* := B$
   A: $X^* := BD\ (B \rightarrow D)$
   P: JA, $BD \subseteq X^* \Rightarrow B \rightarrow BD \in F^+$
   Die Zerlegung von R in R_1 und R_2 ist somit verbundtreu

2. $R_{11} \cap R_{12} \rightarrow R_{12} \in F_1^+$?
   $B \rightarrow BC \in F^+$?
   R: $X^* := B$
   A: $X^* := BC\ (B \rightarrow C)$
   P: JA, $BC \subseteq X^* \Rightarrow B \rightarrow BC \in F_1^+$
   Die Zerlegung von R_1 in R_{11} und R_{12} ist somit verbundtreu

3. $R_{111} \cap R_{112} \rightarrow R_{112} \in F_{11}^+$?
   $B \rightarrow BE \in F^+$?
   R: $X^* := B$
   A: $X^* := BE\ (B \rightarrow E)$
   P: JA, $BE \subseteq X^* \Rightarrow B \rightarrow BE \in F_{11}^+$
   Die Zerlegung von R_{11} in R_{111} und R_{112} ist somit verbundtreu

Somit ist die Zerlegung von R in R_2, R_{12}, R_{111} und R_{112} verbundtreu.