

# Aufzählung von binären Eingabefolgen

Für alle  $i \in \mathbb{N}$  sei  $w_i = w$  falls  $\text{bin}(i) = 1w$ .

Damit werden alle möglichen  $w \in \{0,1\}^*$  aufgezählt.

Beispiel:

$i = 638779882761580251873009425399934115415079$

$= 111010101010011010010010010011010001000010001011$   
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$   
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$w_i = 111010101010011010010010010011010001000010001011$   
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$   
 $001000100001000101100100001000010000100111$

# Aufzählung von Turingmaschinen

$$M_i := \begin{cases} M^{\text{reject}}, & \text{falls } i \text{ keine Gödelnummer} \\ M, & \text{falls die Binärdarstellung } \text{bin}(i) \text{ die Gödelnummer der DTM } M \text{ ist, d.h., } \text{bin}(i) = \langle M \rangle. \end{cases}$$

**Beispiel:**

$i = 638779882761580251873009425399934115415079$

$= 111010101010011010010010010011010001000010001011$   
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$   
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$\delta$	0	1	$\sqcup$	$\triangleright$
$q_0$	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_3, \sqcup, L)$	$(q_0, \triangleright, R)$
$q_1$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_3, \sqcup, L)$	$(q_3, \triangleright, R)$

# Diagonalisierung

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	...	...	$M_7$	...	...	$M_i$	...	...
$w_1$	na	na	na			na			na		
$w_2$	na	na	na			na			na		
$w_3$	na	na	na			na			na		
$\vdots$					...						
$w_7$	na	na	na			na			a		
$\vdots$								...			
$w_i$	na	na	na			na			a		

**Diagonale: gibt an, ob  $M_i$  Eingabe  $w_i$  akzeptiert**

# Die Sprache Diag

$$\text{Diag} := \left\{ w \in \{0,1\}^* \mid w = w_i \text{ und DTM } M_i \text{ akzeptiert } w = w_i \right. \\ \left. \text{nicht.} \right\}$$

$w = 11010101010011010010010010011010001000010001011$   
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$   
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$w = w_i$  für

$i = 111010101010011010010010010011010001000010001011$   
 $0100001010000100110010100101001100100100010010011$   
 $001000100001000101100100001000010000100111$

$M_i$  akzeptiert  $w_i \Rightarrow w \notin \text{Diag}$ .

# Diagonalisierung

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	...	...	$M_7$	...	...	$M_i$	...	...
$w_1$	na	na	na			na			na		
$w_2$	na	a	na			na			na		
$w_3$	na	na	na			na			na		
$\vdots$				...					Diag = $\{w_1, w_3, \dots\}$		
$w_7$	na	na	na			na			a		
$\vdots$							...				
$w_i$	na	na	na			na			a		

# Eine nicht rekursiv aufzählbare Sprache

**Satz 2.33** Die Sprache  $\text{Diag}$  ist nicht rekursiv aufzählbar.