

## Modellierung – WS 2016/2017

### Präsenzübung 11

16. Januar - 20. Januar 2017

(Dieser Übungszettel enthält 6 Aufgaben)

*Hinweis:* In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung “Musterlösungen“ zu verteilen.

#### Aufgabe 1 (Abhängigkeitsgraph)

Von einem Knopfdruck zur Bestellung bis zur Ausgabe von Kaffee in einen Becher geschieht einiges innerhalb einer Kaffeemaschine. Für diesen Vorgang werden einige Aktionen in der Kaffeemaschine vordefiniert. Die Aktionen werden in einer bestimmten Reihenfolge ausgeführt, bis der Vorgang abgeschlossen ist. Die für eine Luxus-Kaffeemaschine benötigten Aktionen seien wie folgt definiert:

- $A_1$  Kaffeebohnen mahlen, Dauer: 20 Sekunden
- $A_2$  Wasser kochen, Dauer: 30 Sekunden
- $A_3$  Kaffeepulver in Filterfach füllen, Dauer: 2 Sekunden
- $A_4$  Kochwasser eintropfen, Dauer: 60 Sekunden
- $A_5$  Becher aufstellen, Dauer: 2 Sekunden
- $A_6$  Kaffee ausgeben, Dauer: 2 Sekunden
- $A_7$  gebrauchtes Pulver wegwerfen, Dauer: 1 Sekunde.

1. Modellieren Sie die Abhängigkeiten zwischen den Aktionen und ihre Ausführungsreihenfolgen durch einen gerichteten Graphen. Geben Sie eine Knotenmarkierung an, die für jeden Knoten die Dauer der jeweiligen Aktion beschreibt.
2. Geben Sie eine topologische Sortierung des Graphen an.
3. Überlegen Sie sich, wie Sie die Definition eines kritischen Pfades ändern müssen, so dass die Knotenmarkierung berücksichtigt wird.
4. Geben Sie nach der erweiterten Definition aus (c) zu dem Graphen aus Teil (a) einen kritischen Pfad als Folge von Knoten an.

**Aufgabe 2** (Verständnisfragen)

Es sei folgende kontextfreie Grammatik  $G = (T, N, P, S)$  gegeben.

$$\begin{aligned}
 S &= \textit{Start} \\
 P &= \{ \textit{Start} ::= \textit{Tupel}, \\
 &\quad \textit{Tupel} ::= '(' \textit{Stelle} ',' \textit{Stelle} ')', \\
 &\quad \textit{Stelle} ::= \textit{Tupel}, \\
 &\quad \textit{Stelle} ::= \textit{Ziffer}, \\
 &\quad \textit{Ziffer} ::= 0, \\
 &\quad \textit{Ziffer} ::= 1 \}
 \end{aligned}$$

1. Geben Sie die Mengen der *Terminale* und *Nichtterminale* an.
2. Geben Sie drei Elemente  $w_1, w_2, w_3$  aus  $L(G)$  an, die alle unterschiedlich viele Ziffern enthalten, aber auch nicht mehr als vier.
3. Zeichnen Sie den Ableitungsbaum zu einem Wort mit mehr als zwei Ziffern aus Teil (b).

**Aufgabe 3** (Grammatik)

Gegeben sei folgende Grammatik  $G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D\}, P, S)$  mit den Produktionen:

$$\begin{aligned}
 P &= \{ S ::= AB, \\
 &\quad A ::= a, \\
 &\quad A ::= CA, \\
 &\quad B ::= bbA, \\
 &\quad B ::= bbD, \\
 &\quad C ::= c, \\
 &\quad D ::= B \}
 \end{aligned}$$

Zeigen oder widerlegen Sie, ob folgende Wörter Elemente von  $L(G)$  sind. Geben Sie bei Wörtern, die in  $L(G)$  enthalten sind, eine mögliche Ableitung an und zeichnen Sie den zugehörigen Ableitungsbaum

1.  $bbca$
2.  $abba$
3.  $abbbca$

**Aufgabe 4** (Sprachen, Grammatiken)

Seien kontextfreie Grammatiken  $G_i = (\{a, b, c\}, N_i, P_i, S)$  mit den unten angegebenen Produktionen  $P_i$  gegeben. Das Startsymbol ist folglich jeweils  $S$  und die Menge der Terminalsymbole jeweils  $T = \{a, b, c\}$ .

Geben Sie zu jeder Grammatik  $G_i$  die ableitbare Sprache  $L(G_i)$  in Mengenschreibweise an. Geben Sie zusätzlich die Anzahl der Wörter und ein kürzestes Wort dieser Sprache explizit an und zeichnen Sie den zugehörigen Ableitungsbaum. Wenn sich diese nicht bestimmen lassen, begründen Sie, warum nicht.

1.  $G_1$  mit  $N_1 = \{S, A, B\}$  und

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= aBa, \\ A ::= Aa, \\ A ::= B, \\ B ::= b \end{array} \right\}$$

2.  $G_3$  mit  $N_3 = \{S, A, B, C\}$  und

$$P_3 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= A, \\ A ::= aB, \\ A ::= AC, \\ B ::= AbC, \\ C ::= \epsilon \end{array} \right\}$$

3.  $G_5$  mit  $N_5 = \{S, A, B, C, D\}$  und

$$P_5 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= AB, \\ A ::= a, \\ A ::= CA, \\ B ::= bbA, \\ B ::= bbD, \\ C ::= c, \\ D ::= B \end{array} \right\}$$

**Aufgabe 5** (Grammatik)

Finden Sie zu jeder der unten angegebenen Sprachen eine kontextfreie Grammatik, die genau diese Sprache erzeugt. Geben Sie jeweils das komplette 4-Tupel der Grammatik an.

1.  $L_1 = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
2.  $L_2 = \{a^n ccb^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
3.  $L_3 = \{a^n c^m ad^m b^n \mid n, m \in \mathbb{N}_0\}$

**Aufgabe 6** (Mehrdeutigkeit)

Geben Sie für jede der unten angegebenen kontextfreien Grammatiken an, ob sie ein- oder mehrdeutig ist. Wenn sie mehrdeutig ist, geben Sie jeweils ein mehrdeutiges Wort mit zwei Ableitungsbäumen an.

1.  $G_1 = (\{a\}, \{S, A, B\}, P_1, S)$  mit

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= A, \\ S ::= B, \\ A ::= aaA, \\ A ::= \epsilon, \\ B ::= aaaa \end{array} \right\}$$

2.  $G_2 = (\{a\}, \{S, A\}, P_2, S)$  mit

$$P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= A, \\ A ::= S, \\ A ::= a \end{array} \right\}$$

3.  $G_3 = (\{a\}, \{S, A, B\}, P_3, S)$  mit

$$P_3 = \left\{ \begin{array}{l} S ::= A, \\ S ::= B, \\ A ::= Aaa, \\ A ::= \epsilon, \\ B ::= Baa, \\ B ::= a \end{array} \right\}$$